ТВ

Карточка № 1

1. В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Термодинамика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Термодинамика».

2. В среднем из 1400 садовых насосов, поступающих в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что случайно купленный насос не подтекает.

3. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина A равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина B равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

ТВ

Карточка № 2

1. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36{,}8\,^{\circ}C$, равна 0,92. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36{,}8\,^{\circ}C$ или выше.

2. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 17 из России, 22 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

3. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что этот вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вероятность того, что этот вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

ТВ

Карточка № 3

1. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменов из Японии, 28 из Китая, 16 – из Кореи. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что одиннадцатым будет выступать спортсмен из Кореи.

2. На шахматный турнир, проводимый по олимпийской системе, приехали 26 шахматистов, 7 из них – россияне, в том числе Иван Петров. В первом туре игроков случайным образом разбивают на пары. Найдите вероятность того, что соперником Ивана Петрова в первой встрече окажется россиянин.

3. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что на каждом кубике выпадет не менее 2 очков. Результат округлите до сотых.

ТВ

Карточка № 4

1. В группе туристов 40 человек. Их забрасывают в труднодоступный район небольшим самолётом в несколько приёмов по 8 человек за рейс. Порядок, в котором самолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым или третьим рейсом самолёта.

2. Конкурс исполнителей проводится в четыре дня. Всего заявлено 60 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день выступят 24 конкурсанта, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет хотя бы один раз.

ТВ

Карточка № 5

1. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Чехии, 13 спортсменов из Австрии и 6 – из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который будет выступать последним, окажется из Швейцарии.

2. В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 14 из них встречается вопрос по регионам России. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по регионам России.

3. В коробке вперемешку лежат пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 4 раза больше, чем пакетиков с зелёным чаем. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется с зелёным чаем.

Памятки по теме «Теория вероятностей»

ПАМЯТКА № 1 «Классическая вероятность»

Вероятностью события A называется отношение числа элементарных исходов, благоприятствующих событию A, к числу всех *равновозможных* исходов испытания:

$$P(A)=\frac{m}{n}.$$

Алгоритм решения задачи по формуле классической вероятности

ШАГ 1. Математически точно формулируем испытание (комплекс действий, осуществляемый в данной задаче).

P.S. Все исходы испытания должны быть *равновозможными*

ШАГ 2. Находим общее число исходов испытания, то есть находим n.

ШАГ 3. Формулируем событие A.

P.S. Это дословная фраза из текста, она содержится в предложении «Найдите вероятность того, что $\underbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}_{\textit{это и есть событие } A}$»

ШАГ 4. Находим число исходов, благоприятствующих событию A, то есть находим m.

ШАГ 5. Находим вероятность события A по формуле $p=\frac{m}{n}$.

Задача 1

На соревнованиях по прыжкам в воду выступают 45 спортсменов: 8 прыгунов из Москвы, по 7 прыгунов из Рязани, Твери, Смоленска, Брянска, остальные прыгуны из Санкт-Петербурга. Найдите вероятность того, что двадцать четвёртым будет выступать прыгун из Санкт-Петербурга.

Решение. 1) Испытание: выбирают 1 спортсмена из 45 (он будет выступать под номером 24).

2) $n=45$.

3) Событие A: под номером 24 будет выступать прыгун из Санкт-Петербурга.

4) $m=45-(8+7\cdot 4)=9$.

5) $p=\frac{m}{n}$, $p=\frac{9}{45}=\frac{1}{5}=0{,}2.$ Ответ: $0{,}2$.

ПАМЯТКА № 2 «Классическая вероятность»

Все исходы испытания должны быть равновозможными!!!

ЗАДАЧА 2

20 туристов доставляют на остров вертолётом: по 5 человек каждым рейсом. Какова вероятность того, что турист Петров будет доставлен на остров вторым рейсом?

Решение. Заметим, что все рейсы доставляют на остров по 5 туристов. Следовательно, все рейсы равновозможные, и число рейсов равно $\frac{20}{5}=4$.

Задачу можно решить двумя способами.

1-й способ. Испытание: для туриста Петрова выберут 1 рейс из 4-х $\Rightarrow n=4$. Событие A: турист Петров будет доставлен на остров вторым рейсом $\Rightarrow m=1$.

$p=\frac{m}{n}$, $p=\frac{1}{4}=0,25.$ Ответ: $0,25$.

2-й способ. Испытание: туриста Петрова регистрируют под каким-то **одним** номером из списка **1 – 20**, то есть под одним номером из 20 $\Rightarrow n=20$.

Событие A: турист Петров будет зарегистрирован под номером, соответствующим второму рейсу $\Rightarrow m=5$, так как каждым рейсом доставляют 5 туристов.

$p=\frac{m}{n}$, $p=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}=0,25.$ Ответ: $0,25$.

ЗАДАЧА 3

Научная конференция проводится в 3 дня. Всего запланировано 40 докладов: в первый день 8 докладов, остальные распределены поровну между вторым и третьим днями. На конференции планируется доклад профессора М.. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение. В 1-й день запланировано 8 докладов, во 2-й и в 3-й по $\frac{40-8}{2}=16$ докладов. Неодинаковое количество докладов. Следовательно, дни конференции **не равновозможные**. 1-м способом эту задачу решать нельзя, можно только 2-м.

Испытание: доклад профессора М. регистрируют под каким-то **одним** номером из списка **1 – 40**, то есть под одним номером из 40 $\Rightarrow n=40$.

Событие A: доклад будет зарегистрирован под номером, соответствующим третьему дню $\Rightarrow m=16$, так как в последний день запланировано 16 докладов.

$p=\frac{m}{n}$, $p=\frac{16}{40}=\frac{4}{10}=0,4.$ Ответ: $0,4$.

ПАМЯТКА № 3 «Классическая вероятность»

Обращаем внимание на ситуации, которые уже произошли по тексту задачи!!!

Задача 4

Мальчики тянут жребий. Вася держит три спички: одну короткую и две длинные. Кто вытянет короткую спичку – моет пол. Первым тянет Петя, вторым – Коля, а Васе остаётся третья спичка. Какова вероятность того, что Васе придётся мыть пол, если Петя вытянул длинную спичку?

Решение. Заметим, что Петя уже вытянул длинную спичку. Следовательно, спичек осталось только 2: одна длинная, одна короткая, а в жеребьёвке дальше будут участвовать Коля и Вася.

Испытание: Васе достанется одна спичка из двух $\Rightarrow n = 2$.

Событие: Васе придётся мыть пол. Другими словами, Васе достанется короткая спичка $\Rightarrow m = 1$.

$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{1}{2} = 0,5.$ Ответ: $0,5$.

Задача 5

Трое встали в случайном порядке в линию. С какой вероятностью они стоят по возрастанию, если известно, что, по крайней мере, один человек стоит на своём месте?

Решение. Рассмотрим все способы расположения трёх человек в одну линию. Для удобства введём обозначения: В – самый высокий,

Н – человек, имеющий самый маленький рост,

С – человек среднего роста.

Получим: 1) ВНС, 3) НВС, 5) СНВ,

2) ВСН, 4) НСВ, 6) СВН.

Заметим, что, по условию задачи, «по крайней мере, один человек стоит на своём месте». Выделим того, кто стоит на своём месте:

1) ВНС, 3) НВС, 5) СНВ,

2) ВСН, 4) НСВ, 6) СВН.

Следовательно, условию задачи соответствуют только расположения (2), (3), (4) и (5) $\Rightarrow n = 4$

Событие: трое стоят в порядке возрастания $\Rightarrow m = 1$ (это расположение(4)).

$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{1}{4} = 0,25.$ Ответ: $0,25$.

ПАМЯТКА № 4 «Классическая вероятность»

Первый полезный совет: если игральную кость бросают два раза (бросают две игральные кости), то можно построить таблицу с двумя входами. Строки отражают очки, выпавшие при первом броске, столбцы – при втором. На пересечении строки и столбца фиксируем результат, соответствующий условию задачи (остальные клетки таблицы не заполняем)!!!

ЗАДАЧА 6

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 или 9 очков.

Решение.

$n = 6 \cdot 6 = 36$

$m = 9$

$$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: $0,25$.

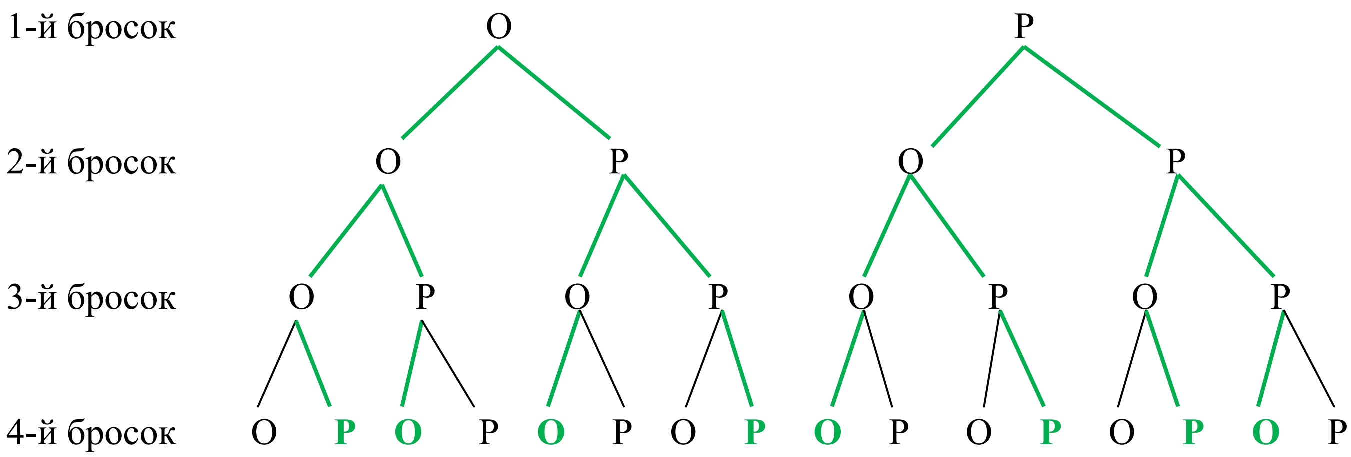
	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Второй полезный совет: если монету бросают несколько раз (бросают несколько монет), то можно построить дерево возможностей и выделить на схеме ситуации, соответствующие условию задачи!!!

ЗАДАЧА 7

Симметричную монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что количество орлов будет на 2 отличаться от количества решек.

Решение.



$n = 16$, $m = 8$ (благоприятствующие исходы выделены зелёным цветом).

$$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: $0,5$.

ПАМЯТКА № 5 «Вероятности противоположных событий»

Два события называются противоположными, если появление одного из них равносильно непоявлению другого.

Например, появление решки при подбрасывании монеты равносильно непоявлению орла.

Сумма вероятностей противоположных событий равна 1

$$P(A)+P(\overline{A})=1$$

Если известна вероятность одного из двух противоположных событий, то вероятность другого равна $P(\overline{A})=1-P(A)$.

Аналогично $P(A)=1-P(\overline{A})$.

ЗАДАЧА 8

В каждой партии из 500 лампочек в среднем 7 бракованных. Найдите вероятность того, что наугад взятая лампочка будет исправной.

Решение. Испытание: выбирают одну лампочку из 500 $\Rightarrow n=500$.

Событие: лампочка будет исправной $\Rightarrow m=500-7=493$.

$p=\dfrac{m}{n}, \quad p=\dfrac{493}{500}=0,986.$ Ответ: $0,986$.

Задачу можно решить иначе:

Испытание: выбирают одну лампочку из 500 $\Rightarrow n=500$.

Событие A: лампочка будет исправной.

По условию задачи известно количество **бракованных** лампочек, а не исправных. Поэтому рассматриваем противоположное событие

$\overline{A}$: лампочка будет бракованной $\Rightarrow m=7$.

$P(\overline{A})=\dfrac{m}{n}, \quad P(\overline{A})=\dfrac{7}{500}=0,014.$ Это вероятность того, что лампочка окажется бракованной.

Вероятность того, что лампочка окажется исправной, равна $P(A)=1-P(\overline{A})$, $P(A)=1-0,014=0,986$.

Ответ: $0,986$.

P.S. В каком случае вычисления оказались более простыми?

ПАМЯТКА № 6 «Теоремы умножения, сложения»

ПРОИЗВЕДЕНИЕМ событий A **и** B **называется событие** C**, состоящее в ОДНОВРЕМЕННОМ ПОЯВЛЕНИИ** A **И** B. Обозначаем: $C = A \cdot B$.

И --------------- умножаем!!!

Если вероятность события B **не зависит от того, произошло или не произошло событие** A**, то события** A **и** B **называются независимыми.**

Вероятность произведения двух *независимых* событий равна произведению вероятностей этих событий $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.

ЗАДАЧА 9

Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Витязь» по очереди играет с командами «Атлант» и «Титан». Найдите вероятность того, что команда «Витязь» не выиграет право первой владеть мячом ни в одном матче.

Решение. Событие C: команда «Витязь» не выиграет право владеть мячом в матче с командой «Атлант» **И** не выиграет право владеть мячом в матче с командой «Титан».

$$p = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2}, \qquad p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: $0,25$.

Суммой событий A **и** B **называется событие** C**, состоящее в появлении хотя бы одного из них (ИЛИ только** A **ИЛИ только** B**, ИЛИ** A **и** B **одновременно).** Обозначаем: $C = A + B$.

ИЛИ --------------- складываем!!!

Вероятность суммы двух *несовместных* событий (НЕ МОГУТ ПРОИЗОЙТИ ВМЕСТЕ ПРИ ОДНОМ И ТОМ ЖЕ ИСПЫТАНИИ) равна сумме вероятностей этих событий $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

ЗАДАЧА 10

В автопарке свободны 3 такси красного цвета, 5 синего, 4 чёрного и 2 зелёного. Анатолий заказывает такси. Какова вероятность, что приедет такси синего или зелёного цвета?

Решение. Событие C: приедет такси синего ИЛИ зелёного цвета.

$$p = \frac{m_1}{n_1} + \frac{m_2}{n_2}, \qquad p = \frac{5}{14} + \frac{2}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

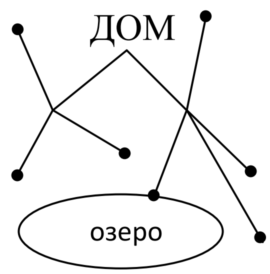
Ответ: $0,5$.

ПАМЯТКА № 7 «Полная вероятность»

Признаки (проявиться должны ВСЕ):

- **испытание состоит из двух частей (первая часть И вторая часть),**
- **первая часть имеет несколько исходов,**
- **исход второй части зависит от исхода первой части.**

Например, М. выходит из дома на прогулку. Схема дорожек представлена на рисунке. Какова вероятность, что М. придёт на берег озера?



1-я часть. М. может пойти по левой дорожке, может по правой.

2-я часть. На каждой развилке М. ещё раз выбирает дорожку.

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

ШАГ 1. Формулируем ВСЕ возможные исходы 1-й части испытания. Их принято называть гипотезами и обозначать H_1, H_2, …, H_k.

ШАГ 2. Находим вероятности каждой гипотезы: $P(H_1)$, $P(H_2)$, …, $P(H_k)$.

ШАГ 3. Контроль (проверяем, не потеряли ли гипотезы в шаге 1, правильно ли рассчитали вероятности в шаге 2). Для этого находим значение суммы $P(H_1)+P(H_2)+\ldots+P(H_k)$ и сравниваем ответ с 1.

Если $P(H_1)+P(H_2)+\ldots+P(H_k)=1$, продолжаем решение. Иначе, возвращаемся к шагу 1 и исправляем ошибки.

P.S. Равенство $P(H_1)+P(H_2)+\ldots+P(H_k)=1$ снижает риск ошибки, но не свидетельствует об её отсутствии

ШАГ 4. Формулируем событие A, вероятность которого требуется найти.

ШАГ 5. Находим условные вероятности

$P(A/H_1)$ – вероятность события A, ЕСЛИ имеет место гипотеза H_1,

ЕСЛИ

$P(A/H_2)$ – вероятность события A, ЕСЛИ имеет место гипотеза H_2,

…………,

$P(A/H_k)$ – вероятность события A, ЕСЛИ имеет место гипотеза H_k.

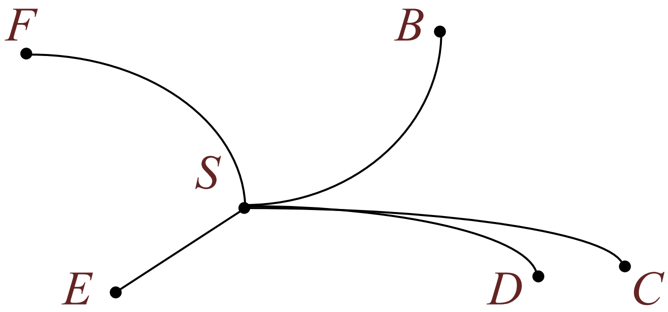
ШАГ 6. Находим полную вероятность события A по формуле

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+\ldots+P(H_k)\cdot P(A/H_k).$$

P.S. *Логика решения*: событие A наступит потому, что
или наступит гипотеза H_1 И после этого произойдёт событие A,
ИЛИ наступит гипотеза H_2 И после этого произойдёт событие A, ИЛИ …….,
ИЛИ наступит гипотеза H_k И после этого произойдёт событие A.

Задача 11

На рисунке приведена схема дорожек в парке около санатория S. На выходах F, B, C, D и E находятся торговые павильоны. Наташа вышла из санатория и, произвольно выбирая направление, идёт к одному из выходов, чтобы купить яблоки. Но яблоки остались только в павильонах у выходов B и C. Найдите вероятность того, что Наташа сможет купить яблоки.



Решение. Заметим, что путь к павильонам D и C начинается по одной дорожке, а затем дорожка раздваивается. Следовательно, пути до пяти павильонов F, B, C, D и E не равновозможные. Решать задачу по формуле классической вероятности нельзя. Это задача на полную вероятность.

1) 1-я часть испытания – это первоначальный выбор дорожки. Исходы:

H_1: Наташа выбрала дорожку SF,

H_2: Наташа выбрала дорожку SB,

H_3: Наташа выбрала дорожку $S \to C, \mathrm{D}$,

H_4: Наташа выбрала дорожку SE.

2) $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = P(H_4) = \dfrac{1}{4}$.

3) $P(H_1) + P(H_2) + P(H_3) + P(H_4) = 4 \cdot \dfrac{1}{4} = 1 \;\Rightarrow$ продолжаем решение.

4) A: Наташа сможет купить яблоки.

5) $P(A/H_1) = 0$ (в павильоне F яблоки закончились),

$P(A/H_2) = 1$ (в павильоне B яблоки продаются),

$P(A/H_3) = \dfrac{1}{2}$ (в павильоне C яблоки продаются, а в D они закончились),

$P(A/H_4) = 0$ (в павильоне E яблоки закончились).

6) $P(A) = P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) \cdot P(A/H_2) + P(H_3) \cdot P(A/H_3) + P(H_4) \cdot P(A/H_4)$,

$P(A) = \dfrac{1}{4} \cdot 0 + \dfrac{1}{4} \cdot 1 + \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} \cdot 0 = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$. Ответ: $0{,}375$.

ПАМЯТКА № 8 «Если вероятности элементарных событий

даны по условию задачи, …»

Тогда

- **формулируем только событие,**
- **слушаем себя (что произносим: И, ИЛИ?),**
- **опираемся на памятку № 6.**

P.S. 1) Формулируя событие, во всех фразах используем только единственное число; 2) фразы соединяем союзами **и**, **или**, не нарушая смысла задачи

Задача 12

В реке водятся только караси и пескари. Утром после дождя при однократном закидывании удочки с вероятностью 0,2 попадается пескарь и с вероятностью 0,1 – карась. Какова вероятность, что один раз забросив удочку, рыбак ничего не поймает?

Решение. Событие A: один раз забросив удочку, рыбак **ничего не поймает**.

Заметим, что по условию задачи «При однократном закидывании удочки с вероятностью 0,2 **попадается** пескарь и с вероятностью 0,1 – карась». Поэтому переходим к противоположному событию.

$\overline{A}$: один раз забросив удочку, рыбак поймает ИЛИ пескаря ИЛИ карася.

$P\left(\overline{A}\right)=0,2+0,1=0,3$.

Тогда $P(A)=1-0,3=0,7$. Ответ: $0,7$.

Задача 13

Двое военнослужащих на учениях независимо друг от друга проходят полосу препятствий. Для первого вероятность пройти ее равна 0,8, а для второго 0,6. Найдите вероятность того, что они оба не пройдут это испытание.

Решение. Событие A: первый военнослужащий **не пройдёт испытание**, И второй **не пройдёт** испытание.

Тогда $P(A)=(1-0,8)\cdot(1-0,6)=0,2\cdot 0,4=0,08.$ Ответ: $0,08$.

P.S. В данном случае переходить к противоположному событию, опираясь на условие «вероятность **пройти** равна…», неразумно

Причина: противоположное событие $\overline{A}$ означает «или только первый пройдёт испытание или только второй, или оба вместе (и первый и второй)». Оно громоздкое. Но решение $P\left(\overline{A}\right)=0,8\cdot 0,4+0,2\cdot 0,6+0,8\cdot 0,6=0,92$, $P(A)=1-0,92=0,08$ является правильным. Ответ: $0,08$.

Задача 14

Автоматическая линия выпускает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,01. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,04. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение. Событие A: батарейка будет забракована системой контроля. (КАКАЯ БАТАРЕЙКА: ИСПРАВНАЯ ИЛИ НЕИСПРАВНАЯ?)

H_1: выбрали исправную батарейку,

H_2: выбрали неисправную батарейку.

$P(H_1)=1-0,01=0,99$, $\quad P(H_2)=0,01$.

Контроль: $P(H_1)+P(H_2)=0,99+0,01=1$ $\Rightarrow$ продолжаем решение.

$P(A/H_1)=0,04$, $\quad P(A/H_2)=0,98$.

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)$$

$$P(A)=0,99\cdot 0,04+0,01\cdot 0,98=0,0396+0,0098=0,0494.$$

Ответ: $0,0494$.

Задача 15

Баскетболист В. выполняет (попадает) 3-очковый бросок с вероятностью 0,9, если бросает мяч фирмы «Nike», с вероятностью 0,7, если бросает мяч фирмы «Adidas». В корзине лежат 10 мячей: 6 фирмы «Nike» и 4 фирмы «Adidas». В. берёт из корзины первый попавшийся мяч и совершает 3-очковый бросок. Найдите вероятность того, что бросок будет точен.

Решение. Событие A: бросок будет точен. (КАКОЙ МЯЧ БРОСАЛИ?)

H_1: бросали мяч «Nike», $\quad H_2$: бросали мяч «Adidas».

$P(H_1)=\frac{6}{10}=0,6$, $\quad P(H_2)=\frac{4}{10}=0,4$.

Контроль: $P(H_1)+P(H_2)=0,6+0,4=1$ $\Rightarrow$ продолжаем решение.

$P(A/H_1)=0,9$, $\quad P(A/H_2)=0,7$.

$$P(A)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)$$

$$P(A)=0,6\cdot 0,9+0,4\cdot 0,7=0,54+0,28=0,82.$$

Ответ: $0,82$.

ПАМЯТКА № 9 «Если вероятности элементарных событий известны, …»

Первый полезный совет: условия некоторых задач можно проиллюстрировать структурированной таблицей (таблица поможет правильно составить формулу событий).

Задача 16

Из M в N ежедневно ходит автобус. Вероятность, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,64. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 17.

Решение. Событие A: число пассажиров будет от 11 до 17,

Событие B: число пассажиров будет меньше 18,

Событие C: число пассажиров будет меньше 11.

B: пассажиров меньше 18

C: пассажиров меньше 11

A: пассажиров будет от 11 до 17

$$B = C + A, \qquad P(B) = P(C) + P(A), \qquad P(A) = P(B) - P(C),$$

$$P(A) = 0,83 - 0,64 = 0,19.$$

Ответ: $0,19$.

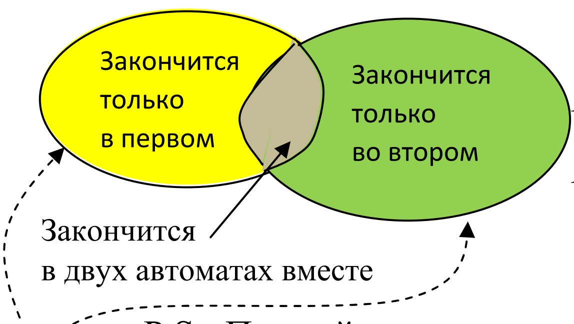
Второй полезный совет: условия некоторых задач можно проиллюстрировать диаграммами Эйлера (кругами Эйлера).

Задача 17

Два автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня кофе закончится в первом автомате, равна 0,3; что кофе закончится во втором автомате, равна 0,4; что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Какова вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение. Событие A: к концу дня кофе **останется** в обоих автоматах.

Заметим, что в условии задачи «кофе **закончится** …». Переходим к противоположному событию $\overline{A}$: кофе закончится хотя бы в одном автомате, а именно или $\overline{A}_1$: закончится только в первом автомате, или $\overline{A}_2$: закончится только во втором автомате, или $\overline{A}_3$: закончится сразу в двух автоматах вместе.



$$\overline{A} = \overline{A}_1 + \overline{A}_2 + \overline{A}_3, \quad P(\overline{A}) = P(\overline{A}_1) + P(\overline{A}_2) + P(\overline{A}_3),$$

$$P(\overline{A}) = (0,3 - 0,18) + (0,4 - 0,18) + 0,18 = 0,52.$$

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,52 = 0,48.$$

Ответ: 0,48.

P.S. Полный круг иллюстрирует событие «Кофе закончится в автомате», закрашенная часть круга – «Кофе закончится **только** в этом автомате»

ПАМЯТКА № 10 «Вероятность и комбинаторика»

Применить формулу классической вероятности порой не просто. Выручает комбинаторика – раздел математики, изучающий способы подсчёта числа объектов, созданных из элементов по определённым правилам.

Дано: m элементов. **Задание:** выбрать из них k элементов и из выбранных элементов создать некоторый объект.

Если изменение порядка следования элементов в объекте ведёт к получению ещё одного объекта, то число создаваемых таким образом объектов равно $A_m^k = \dfrac{m!}{(m-k)!}$, если элементы не могли повторяться в объекте;

равно $\tilde{A}_m^k = m^k$, если элементы могли повторяться при создании объекта.

Если порядок следования элементов в объекте не имеет значения, то число создаваемых объектов равно $C_m^k = \dfrac{m!}{k!\cdot(m-k)!}$.

ЗАДАЧА 18

В классе 24 учащихся. Среди них два друга – Сергей и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что Сергей и Олег окажутся в одной группе. Результат округлите до тысячных.

Решение. $\dfrac{24}{3} = 8$ человек в каждой группе. Те группы, в которых нет Сергея, нас не интересуют (они не имеют отношения к задаче).

1) Испытание: В группу, где уже есть Сергей (Сергей является одним из 8-и участников группы), записываем ещё 7 человек.

Выясним, чему равно общее число исходов испытания.

Из оставшихся 23 учеников класса произвольным образом выбираем 7 человек. Порядок их расположения внутри выбранной группы **не имеет значения**.

Тогда число таких групп равно $n = C_{23}^7 = \dfrac{23!}{7!\cdot(23-7)!} = \dfrac{23!}{7!\cdot 16!}$.

2) Событие A: Сергей и Олег окажутся в одной группе, то есть Олег окажется в той же группе, где уже есть Сергей.

Тогда в группе, где есть Сергей и Олег, есть ещё 6 человек. Их будут выбирать из оставшихся 22 учеников. Порядок расположения выбранных учеников в группе **не имеет значения**. Следовательно, число благоприятствующих исходов равно $m = C_{22}^6 = \dfrac{22!}{6!\cdot(22-6)!} = \dfrac{22!}{6!\cdot 16!}$.

3) $P(A) = \dfrac{m}{n}$, $\quad P(A) = \dfrac{22!}{6!\cdot 16!} : \dfrac{23!}{7!\cdot 16!} = \dfrac{22!\cdot 7!\cdot \cancel{16!}}{6!\cdot \cancel{16!}\cdot 23!} = \dfrac{7}{23} \approx 0,304.$

Ответ: $0,304$.

P.S. Выбор одного из двух друзей был произвольным, можно было рассуждать аналогично, изучая группы, в которых **первым появился** Олег

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Карточка № 1

1. В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Термодинамика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Термодинамика».

Решение.

Испытание: случайным образом выбирают 1 билет из 40.

Общее число исходов испытания: $n = 40$.

Событие: в этом билете школьнику достанется вопрос по теме «Термодинамика».

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 6$ (см. условие: «в 6 из них встречается вопрос по теме «Термодинамика»»).

Вероятность события: $p = \frac{m}{n}$, $p = \frac{6}{40} = \frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0{,}15.$

Ответ: 0,15.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

2. В среднем из 1400 садовых насосов, поступающих в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что случайно купленный насос не подтекает.

Решение.

Испытание: покупают 1 насос из 1400, выбирая покупку случайным образом.

Общее число исходов испытания: $n = 1400$.

Событие: случайно купленный насос не подтекает.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 1400 - 14$ (см. условие: «14 подтекают»).

Вероятность события: $p = \frac{m}{n}$, $p = \frac{1400 - 14}{1400} = \frac{1400}{1400} - \frac{14}{1400} = 1 - \frac{1}{100} = 0{,}99.$

Ответ: 0,99.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

3. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина *A* равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина *B* равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Решение.

По условию задачи известны вероятности двух независимых событий «Товар доставят из магазина *A*», «Товар доставят из магазина *B*». Поэтому испытание формулировать не нужно, формулируем только событие.

Событие: ни один магазин не доставит товар. Другими словами: первый магазин не доставит товар, **И** второй магазин не доставит товар.

Вероятность события: $p = (1-0,8)\cdot(1-0,88) = 0,2\cdot 0,12 = 0,024.$

Ответ: 0,024.

P.S. При наличии затруднений используйте памятки №№ 8 и 6

Карточка № 2

1. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже 36,8 $^\circ C$, равна 0,92. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 $^\circ C$ или выше.

Решение.

По условию задачи известна вероятность события *A*: «Температура тела здорового человека окажется ниже 36,8 $^\circ C$». Поэтому испытание формулировать не нужно, формулируем только событие.

Событие: в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 $^\circ C$ или выше.

Это событие является противоположным событию *A*. Поэтому обозначим его $\overline{A}$.

Итак, событие $\overline{A}$: в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 $^\circ C$ или выше. Тогда $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$.

Вероятность события: $P\left(\overline{A}\right) = 1 - 0,92 = 0,08$.

Ответ: 0,08.

P.S. При наличии затруднений используйте памятки №№ 5, 8

2. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 17 из России, 22 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Решение.

Испытание: с помощью жребия выбирают 1 спортсменку из 50 (она будет выступать первой).

Общее число исходов испытания: $n = 50$.

Событие: спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 50 - 17 - 22 = 11$ (см. условие: «17 из России, 22 из США, остальные – из Китая»).

Вероятность события: $p = \frac{m}{n}$, $p = \frac{11}{50} = \frac{11 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{22}{100} = 0,22$.

Ответ: 0,22.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

3. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что этот вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,3. Вероятность того, что этот вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение.

Событие *A*: школьнику достанется вопрос ИЛИ по теме «Тригонометрия» **ИЛИ** по теме «Вписанная окружность».

По условию задачи вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Тогда $P(A) = 0,3 + 0,25 = 0,55$.

Ответ: 0,55.

P.S. При наличии затруднений используйте памятки №№ 8 и 6

Карточка № 3

1. В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменов из Японии, 28 из Китая, 16 – из Кореи. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что одиннадцатым будет выступать спортсмен из Кореи.

Решение.

Всего спортсменов, участвующих в чемпионате, $20 + 28 + 16 = 64$.

Испытание: с помощью жребия выбирают 1 спортсмена из 64 (он будет выступать под номером 11).

Общее число исходов испытания: $n = 64$.

Событие: одиннадцатым будет выступать спортсмен из Кореи.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 16$ (см. условие: «16 спортсменов из Кореи»).

Вероятность события: $p=\dfrac{m}{n}$, $\quad p=\dfrac{16}{64}=\dfrac{1}{4}=\dfrac{1\cdot 25}{4\cdot 25}=\dfrac{25}{100}=0,25.$

Ответ: 0,25.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

2. На шахматный турнир, проводимый по олимпийской системе, приехали 26 шахматистов, 7 из них – россияне, в том числе Иван Петров. В первом туре игроков случайным образом разбивают на пары. Найдите вероятность того, что соперником Ивана Петрова в первой встрече окажется россиянин.

Решение.

Учтём, что сам с собой Иван Петров играть не имеет права. Его соперником может оказаться любой из оставшихся (без Ивана Петрова) 25 шахматистов, а соперником из России может оказаться любой из оставшихся 6 россиян.

Испытание: с помощью жребия выбирают 1 шахматиста из 25 (он будет соперником Ивана Петрова в первой встрече).

Общее число исходов испытания: $n=25$.

Событие: соперником Ивана Петрова в первой встрече окажется россиянин.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m=6$.

Вероятность события: $p=\dfrac{m}{n}$, $\quad p=\dfrac{6}{25}=\dfrac{6\cdot 4}{25\cdot 4}=\dfrac{24}{100}=0,24.$

Ответ: 0,24.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

3. В случайном эксперименте бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что на каждом кубике выпадет не менее 2 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Испытание: бросили игральный кубик (игральную кость) **И** бросили ещё один кубик.

Заметим, что любая из 6 граней может появиться при первом броске и любая из 6 граней при втором броске. Поэтому $n=6\cdot 6=36$.

Событие: на каждом кубике выпадет не менее 2 очков (т. е. 2 или более 2).

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 25$.

Вероятность события: $p = \dfrac{m}{n}$, $\quad p = \dfrac{25}{36} \approx 0,69.$

Если нужно *округлить результат*, то

1) выполняем деление так, чтобы увидеть цифру, следующую за разрядом округления.
   (Это будет первая из отбрасываемых цифр).
2) Применяем правило округления чисел:
   - если первая из отбрасываемых цифр – это **0**, **1**, **2**, **3** или **4**, то **сохраняем** предыдущую цифру;
   - если первая из отбрасываемых цифр – это **5**, **6**, **7**, **8** или **9**, то **увеличиваем на 1** предыдущую цифру.

$$
\begin{array}{r|l}
-25 & 36 \\ \cline{2-2}
\underline{0} & 0,694 \\
-250 & \\
\underline{216} & \\
-340 & \\
\underline{324} & \\
-160 & \\
\underline{144} & \\
16 &
\end{array}
$$

Ответ: 0,69.

P.S. 1) При наличии затруднений используйте памятки №№ 4, 1;

2) Если бы в задаче № 3 требовалось округлить результат до десятых, то получили бы 0,7 (почему?)

Карточка № 4

1. В группе туристов 40 человек. Их забрасывают в труднодоступный район небольшим самолётом в несколько приёмов по 8 человек за рейс. Порядок, в котором самолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым или третьим рейсом самолёта.

Решение.

Заметим, что все рейсы доставляют в труднодоступный район по 8 туристов. Следовательно, все рейсы равновозможные, и число рейсов равно $\dfrac{40}{8} = 5$.

Задачу можно решить двумя способами.

1-й способ. Испытание: для туриста Ф. выберут 1 рейс из 5-и $\Rightarrow n = 5$.
Событие: турист Ф. полетит вторым или третьим рейсом самолёта $\Rightarrow m = 2$.

$p = \dfrac{m}{n}$, $\quad p = \dfrac{2}{5} = \dfrac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \dfrac{4}{10} = 0,4.$

Ответ: $0,4$.

2-й способ. Испытание: туриста Ф. регистрируют под каким-то **одним** номером из списка **1 – 40**, то есть под одним номером из 40 $\Rightarrow n = 40$.

Событие: турист Ф. полетит вторым или третьим рейсом самолёта, т.е. он будет зарегистрирован под номером, соответствующим второму или третьему рейсу $\Rightarrow m = 8 \cdot 2 = 16$, так как каждым рейсом доставляют по 8 туристов.

$$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{16}{40} = \frac{4}{10} = 0{,}4.$$

Ответ: $0{,}4$.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 2

2. Конкурс исполнителей проводится в четыре дня. Всего заявлено 60 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день выступят 24 конкурсанта, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение.

Решение. В 1-й день запланировано 24 выступления, во 2-й, в 3-й и в 4-й по $\frac{60-24}{3} = 12$ выступлений. Неодинаковое количество выступлений. Следовательно, дни конкурса **не равновозможные**. 1-м способом эту задачу решать нельзя, можно только 2-м.

Испытание: выступление представителя России регистрируют под каким-то **одним** номером из списка **1 – 60**, то есть под одним номером из 60 $\Rightarrow n = 60$.

Событие: выступление представителя России состоится в третий день конкурса $\Rightarrow m = 12$, так как в третий день запланировано 12 выступлений.

$$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{12}{60} = \frac{2}{10} = 0{,}2.$$

Ответ: $0{,}2$.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 2

3. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет хотя бы один раз.

Решение:

1-й бросок

2-й бросок

$n = 4$, $m = 3$, $p = \dfrac{m}{n}$, $p = \dfrac{3}{4} = \dfrac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \dfrac{75}{100} = 0,75.$

Ответ: 0,75.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 4

Карточка № 5

1. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 5 спортсменов из Чехии, 13 спортсменов из Австрии и 6 – из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который будет выступать последним, окажется из Швейцарии.

Решение.

Число участников соревнования равно $5 + 13 + 6 = 24$.

Испытание: с помощью жребия выбирают 1 спортсмена из 24 (он будет выступать последним).

Общее число исходов испытания: $n = 24$.

Событие: спортсмен, который будет выступать последним, окажется из Швейцарии.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 6$ (см. условие: «6 спортсменов из Швейцарии»).

Вероятность события: $p = \dfrac{m}{n}$, $p = \dfrac{6}{24} = \dfrac{1 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \dfrac{25}{100} = 0,25.$

Ответ: 0,25.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

2. В сборнике билетов по географии всего 25 билетов, в 14 из них встречается вопрос по регионам России. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по регионам России.

Решение.

Испытание: случайным образом на экзамене выбирают 1 билет из 25.

Общее число исходов испытания: $n = 25$.

Событие: в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по регионам России.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = 25 - 14 = 11$ (см. условие: «в 14 билетах из 25 **встречается** вопрос по регионам России»).

Вероятность события: $p=\dfrac{m}{n}$, $\quad p=\dfrac{11}{25}=\dfrac{11\cdot 4}{25\cdot 4}=\dfrac{44}{100}=0{,}44.$

Ответ: 0,44.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

3. В коробке вперемешку лежат пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 4 раза больше, чем пакетиков с зелёным чаем. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется с зелёным чаем.

Решение.

Пусть было x пакетиков с зелёным чаем. Тогда $4x$ пакетиков с чёрным чаем, а всего $5x$ пакетиков чая было.

Испытание: случайным образом выбирают 1 пакетик чая из $5x$ пакетиков.

Общее число исходов испытания: $n=5x$.

Событие: случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется с зелёным чаем.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m=x$ (см. начало решения «было x пакетиков с зелёным чаем»).

Вероятность события: $p=\dfrac{m}{n}$, $\quad p=\dfrac{x}{5x}=\dfrac{1}{5}=\dfrac{1\cdot 2}{5\cdot 2}=\dfrac{2}{10}=0{,}2.$

Ответ: 0,2.

P.S. При наличии затруднений используйте памятку № 1

ОТВЕТЫ

	Номер задания		
	1	**2**	**3**
Карточка № 1	0,15	0,99	0,024
Карточка № 2	0,08	0,22	0,55
Карточка № 3	0,25	0,24	0,69
Карточка № 4	0,4	0,2	0,75
Карточка № 5	0,25	0.44	0,2