

Ключи к карточкам по теме «Простейшие уравнения»

Карточка №1

1. Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7} \Leftrightarrow \frac{4}{7}x = \frac{52}{7} \Leftrightarrow 4x = 52 \Leftrightarrow x = 13.$$

Ответ: 13.

2. Найдите корень уравнения: $\frac{x-119}{x+7} = -5$

Пояснение.

Избавимся от знаменателя:

$$\frac{x-119}{x+7} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-119 = -5(x+7), \\ x \neq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 84, \\ x \neq -7 \end{cases} \Leftrightarrow x = 14.$$

Ответ: 14.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{15-2x} = 3$.

Пояснение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{15-2x} = 3 \Leftrightarrow 15-2x = 9 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ответ: 3.

4. Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$2^{4-2x} = 64 \Leftrightarrow 2^{4-2x} = 2^6 \Leftrightarrow 4-2x = 6 \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ: -1.

5. Найдите корень уравнения $\log_2(4-x) = 7$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\log_2(4-x) = 7 \Leftrightarrow 4-x = 2^7 \Leftrightarrow 4-x = 128 \Leftrightarrow x = -124.$$

Ответ: -124.

Карточка №2

1. Найдите корень уравнения $2+9x = 4x+3$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$2+9x = 4x+3 \Leftrightarrow 9x-4x = 3-2 \Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

2. Решите уравнение $x^2 = 16$.

Пояснение.

$$x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4. \text{ Таким образом, наибольший корень } x = 4$$

Ответ: 4.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.

Пояснение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{6}{4x-54} = \frac{1}{49} \Leftrightarrow 294 = 4x - 54 \Leftrightarrow x = 87.$$

Ответ: 87.

4. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x-8 = 2 \Leftrightarrow x = 10.$$

Ответ: 10.

5. Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = \log_5 3$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\log_5(5-x) = \log_5 3 \Leftrightarrow 5-x = 3 \Leftrightarrow x = 2.$$

Ответ: 2.

Карточка №3

1. Найдите корень уравнения $2+9x = 4x+3$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$2+9x = 4x+3 \Leftrightarrow 9x-4x = 3-2 \Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

2. Найдите корень уравнения: $x = \frac{6x-15}{x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Пояснение.

Область допустимых значений: $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

При $x \neq 2$ домножим на знаменатель:

$$x = \frac{6x-15}{x-2} \Leftrightarrow x(x-2) = 6x-15 \Leftrightarrow x^2-8x+15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = 3. \end{cases}$$

Оба корня лежат в ОДЗ. Больший из них равен 5.

Ответ: 5.

3. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72-17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Пояснение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{-72-17x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -72-17x = x^2, \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+17x+72 = 0, \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -9, \\ x = -8, \end{cases} \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9, \\ x = -8. \end{cases}$$

Ответ: -9.

4. Найдите корень уравнения: $9^{-5+x} = 729$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$9^{-5+x} = 729 \Leftrightarrow 9^{-5+x} = 9^3 \Leftrightarrow -5+x = 3 \Leftrightarrow x = 8.$$

Ответ: 8.

5. Найдите корень уравнения $\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$.

Пояснение.

Логарифмы двух выражений равны, если сами выражения равны и при этом положительны:

$$\log_4(x+3) = \log_4(4x-15) \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = 4x-15, \\ 4x-15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ 4x > 15 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6.$$

Ответ: 6.

Карточка №4

1. Найдите корень уравнения $x^2 + 12 = 7x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

$x^2 + 12 = 7x \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0$. По теореме Виета для квадратного уравнения: $x_1 + x_2 = 7$, $x_1 \cdot x_2 = 12$. Таким образом, $x_1 = 3$, $x_2 = 4$. Наименьший корень $x = 3$

Ответ: 3.

2. Решите уравнение $\frac{x+8}{x+7} = \frac{x+8}{x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Пояснение.

Заметим, что числители дробей равны. Имеем:

$$\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5} \Leftrightarrow \begin{cases} x+8 = 0; \\ 5x+7 = 7x+5, 7x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8; \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: 1.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-4} = 3$.

Пояснение.

Возведем обе части уравнения в третью степень:

$$\sqrt[3]{x-4} = 3 \Leftrightarrow x-4 = 27 \Leftrightarrow x = 31.$$

Ответ: 31.

4. Решите уравнение $8^{9-x} = 64^x$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$8^{9-x} = 64^x \Leftrightarrow 8^{9-x} = 8^{2x} \Leftrightarrow 9-x = 2x \Leftrightarrow x = 3.$$

Ответ: 3.

5. Найдите корень уравнения $\log_5(5-x) = 2\log_5 3$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\log_5(5-x) = 2\log_5 3 \Leftrightarrow 5-x = 3^2 \Leftrightarrow 5-x = 9 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

Карточка №5

1. Решите уравнение $(2x+7)^2 = (2x-1)^2$.

Пояснение.

Выполним преобразования, используя формулы $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$$(2x+7)^2 = (2x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 28x + 49 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 32x = -48 \Leftrightarrow x = -1,5.$$

Ответ: -1,5.

2. Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$.

Пояснение.

Если две дроби с равным числителем равны, то равны их знаменатели. Имеем:

$$\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4 = 4x-11, \\ 4x-11 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7, \\ x \neq \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x=7.$$

Ответ: 7.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{10-x}-3=0$.

Пояснение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{10-x}-3=0 \Leftrightarrow \sqrt{10-x}=3 \Leftrightarrow 10-x=9 \Leftrightarrow x=1.$$

Ответ: 1.

4. Найдите корень уравнения $16^{x-9} = \frac{1}{8}$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$16^{x-9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{4(x-9)} = 2^{-1} \Leftrightarrow 4x-36 = -1 \Leftrightarrow x = \frac{35}{4} \Leftrightarrow x = 8,75.$$

Ответ: 8,75

5. Решите уравнение $\log_5(x^2+2x) = \log_5(x^2+10)$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$\log_5(x^2+2x) = \log_5(x^2+10) \Leftrightarrow x^2+2x = x^2+10 \Leftrightarrow x=5.$$

Ответ: 5.

Карточка №6

1. Найдите корень уравнения $(x-1)^3 = 8$.

Пояснение.

Извлекая кубический корень из обеих частей уравнения, получаем $x-1=2$, откуда $x=3$.

2. Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$.

Пояснение.

Если две дроби с равным числителем равны, то равны их знаменатели. Имеем

$$\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+2 = 8x-4, \\ 9x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ x \neq -\frac{2}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x=-6.$$

Ответ: -6.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{-8+9x}=8$.

Пояснение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{-8+9x}=8 \Leftrightarrow -8+9x=64 \Leftrightarrow 9x=72 \Leftrightarrow x=8.$$

Ответ: 8.

4. Решите уравнение $2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x}$.

Пояснение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$2^{3+x} = 0,4 \cdot 5^{3+x} \Leftrightarrow \frac{2^{3+x}}{5^{3+x}} = 0,4 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{3+x} = \left(\frac{2}{5}\right)^1 \Leftrightarrow 3+x=1 \Leftrightarrow x=-2.$$

Ответ: -2.

5. Найдите корень уравнения $\log_8 2^{8x-4} = 4$.

Пояснение.

Используем формулу $\log_{a^m} a^n = \frac{n}{m}$:

$$\log_8 2^{8x-4} = 4 \Leftrightarrow \log_{2^3} 2^{8x-4} = 4 \Leftrightarrow \frac{8x-4}{3} = 4 \Leftrightarrow 8x-4 = 12 \Leftrightarrow x = 2.$$

Приведем другое решение:

$$\log_8 2^{8x-4} = 4 \Leftrightarrow 2^{8x-4} = 8^4 \Leftrightarrow 2^{8x-4} = 2^{12} \Leftrightarrow 8x-4 = 12 \Leftrightarrow x = 2.$$

Ответ: 2.